E L E T T R O S T A T I C A

1.

Per qualunque **campo conservativo**, insieme al concetto di **superficie equipotenziale**, sono da introdurre quelli di **linea di *forza*** e di **linea di *campo***: la prima è quella linea che, in ogni punto del campo, ha come tangente, la direzione del vettore *forza*; la seconda è quella linea che, in ogni punto del campo, ha come tangente, la direzione del vettore *campo*. Visto, però, che il vettore *forza* e il vettore *campo* hanno la stessa direzione (quella del vettore *spazio* della posizione considerata rispetto alla sorgente) le linee di *forza* e le linee di *campo* coincidono. Poiché tale coincidenza discende direttamente dalla **conservatività** di un *campo*, la coincidenza del sistema delle linee di *forza* e del sistema delle linee di *campo*, diventa a sua volta una caratteristica dei campi conservativi. Inoltre, le linee di *campo* – in caso di conservatività – sono sempre aperte: difatti, la loro chiusura presupporrebbe che la stessa sorgente possa produrre un campo contemporaneamente attrattivo e repulsivo in quanto le linee sono orientate come è orientato il campo di cui sono rappresentazione in base alle convenzioni relative agli esploratori.

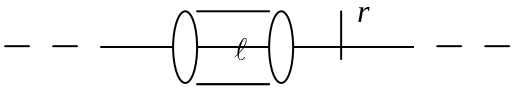
Visto che il *campo elettrostatico* è un caso di **campo conservativo**, le linee di *forza*, oltre che essere sempre aperte, intersecano normalmente la superficie esterna della sorgente perché, essendo questa una superficie di punti a distanza nulla dalla sorgente stessa, è la prima superficie equipotenziale. Viceversa, a grande distanza dalla sorgente e di qualunque sorgente si tratti, le superfici equipotenziali sono, in buona approssimazione, sferiche: qualunque sia la sorgente, a grande distanza, viene approssimata a una sorgente puntiforme.

2.

Per **qualunque campo conservativo** il flusso del vettore campo attraverso una superficie chiusa, è sempre non nullo; per il **campo elettrostatico**, in particolare, vale la **legge di *Gauss***:

$$\Phi_S(\mathscr{E}) = \int_S \mathscr{E} \bullet \hat{n} \; dA_S = \frac{q_1}{\varepsilon_0} .$$

Nei casi di **sorgente elettrostatica distribuita** in lunghezza oppure su superfici di estensione illimitata rispetto alla distanza dalla sorgente, alla quale si vuole determinare il campo oppure – che è la stessa cosa – se si vuole determinare il campo in un qualunque punto infinitamente prossimo alla distribuzione, l'equazione risolutiva può essere fornita dalla legge di *Gauss*. In questo tipo di situazione e se si considera il caso di una distribuzione di lunghezza illimitata, il campo prodotto è dovuto a un tratto di distribuzione di lunghezza confrontabile con la distanza infinitesima dalla sorgente; infatti, tutto il resto della sorgente è troppo distante dai punti considerati per influire in modo determinante.



la distanza dal tratto di distribuzione di lunghezza ℓ, la cui carica è $q_1 = \lambda \ \ell$, è r

Se, come superficie di *Gauss*, si costruisce una superficie cilindrica che abbia l'altezza pari a ℓ e il raggio delle basi pari a r, il flusso del campo elettrostatico si ha soltanto attraverso la superficie laterale ($S \equiv S_{\text{laterale}}$) visto che il campo elettrostatico prodotto dal tratto di distribuzione considerato, ha dovunque la direzione perpendicolare alla distribuzione e, proprio per questo, parallela al versore $\hat{n}$ normale alla S_{laterale}:

$$\int_S \mathcal{E} \cdot |\hat{n}| \cdot \cos 0 \cdot dA_S = \frac{q_1}{\varepsilon_0} \qquad \int_S \mathcal{E}\, dA_S = \frac{q_1}{\varepsilon_0} \qquad \mathcal{E} \int_S dA_S = \frac{q_1}{\varepsilon_0}$$

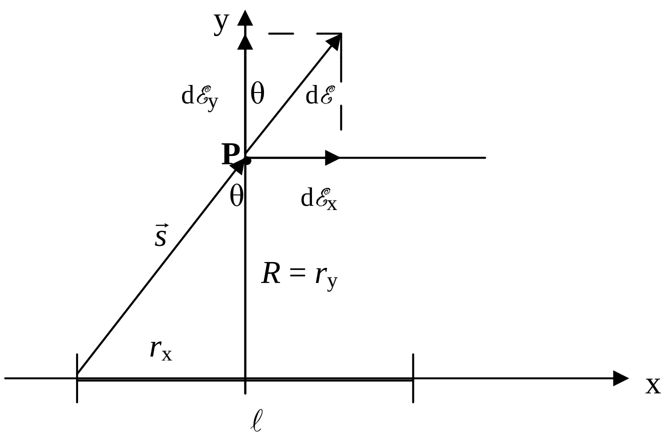
$$\mathcal{E}\, 2\pi r \ell = \frac{q_1}{\varepsilon_0} \qquad \mathcal{E} = \frac{q_1}{2\pi r \ell \varepsilon_0} = \frac{\lambda \ell}{2\pi r \ell \varepsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0}$$

3.

Diverso è il caso di una distribuzione di carica di lunghezza ℓ finita che, proprio per questo, **contribuisce tutta a produrre l'intensità del campo elettrostatico in un punto P distante *R* dalla distribuzione**.

Il procedimento più idoneo a determinare il campo elettrostatico in P, è molto simile a quello che permette di determinare il campo prodotto da un sistema di cariche puntiformi: si determina il campo prodotto da ognuna delle cariche della sorgente in P per poi proiettarli sugli assi del riferimento fissato e sommarli, asse per asse.

La carica distribuita viene suddivisa in infinite cariche dq_1 per ognuno degli infiniti tratti infinitesimi dℓ nei quali può essere suddivisa la lunghezza della distribuzione. Per ognuna delle sorgenti si determina il campo infinitesimo prodotto in P per proiettarlo sugli assi del riferimento fissato allo scopo di determinare d$\mathcal{E}_x$ e d$\mathcal{E}_y$. L'unica differenza rispetto al caso del sistema delle cariche puntiformi sta nel modo di sommare i campi parziali prodotti in P: qui la somma viene realizzata con l'integrazione.



$r^2 = |\vec{s}|^2 = r_x^2 + r_y^2 = r_x^2 + R^2$

dove r_x ha una lunghezza variabile fra 0 (nell'origine del riferimento) e ± ½ ℓ (nell'uno o nell'altro estremo della distribuzione

sen θ = r_x / r cos θ = R / r

variabili (a causa di r_x) a seconda dell'infinitesimo di distribuzione considerato come sorgente

$d\mathcal{E}_x = k\,\dfrac{dq_1}{r^2}\,\text{sen}\,\theta \qquad d\mathcal{E}_y = k\,\dfrac{dq_1}{r^2}\,\cos\theta$

da cui, per integrazione, si ricavano i moduli dei componenti del campo totale in P, lungo x e lungo y.

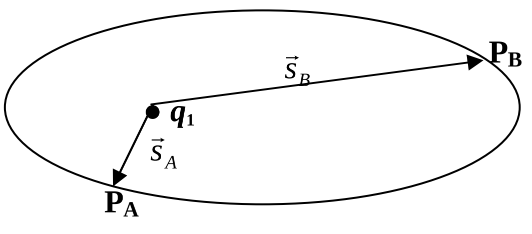
$$\mathcal{E}_x = \int_{-\ell/2}^{0} k\,\frac{dq_1}{r^2}\,\text{sen}\,\theta + \int_{0}^{\ell/2} k\,\frac{dq_1}{r^2}\,\text{sen}\,\theta = 0$$

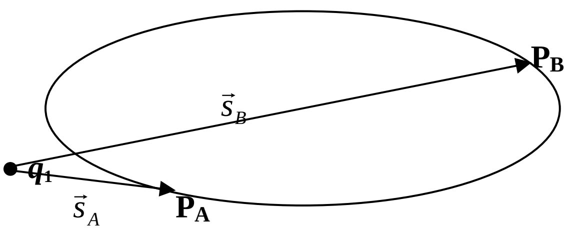
$$\mathcal{E}_y = \int_{-\ell/2}^{\ell/2} k\,\frac{dq_1}{r^2}\,\cos\theta = k\lambda \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \frac{dr_x}{r_x^{\,2} + R^2}\,\cos\theta$$

4.

L'**azzeramento del campo elettrostatico** all'interno di qualunque spazio conduttore: il motivo per cui avviene questo fenomeno è lo stesso che spiega il verificarsi di tutti i fenomeni considerati dalla fisica; quando essi avvengono spontaneamente, il "motore" è sempre il tentativo di un sistema di ripristinare un equilibrio perduto; di conseguenza, per ogni fenomeno che avviene spontaneamente, c'è un sistema che evolve verso uno stato di maggior disordine; per mantenere o per ripristinare o per introdurre un livello maggiore di ordine, occorre fornire al sistema, dall'esterno, *energia* capace di compiere *lavoro* cioè occorre squilibrarlo riducendo, con ciò, il suo contenuto entropico.
L'**introduzione**, nel mezzo conduttore, **di una "sorgente"** q_1 oppure l'**inserimento** del mezzo conduttore **in un campo elettrostatico**, disturba l'equilibrio del mezzo che fa in modo, ionizzandosi, di recuperarlo. Una volta **raggiunto di nuovo l'equilibrio**, tutti i suoi punti si trovano ad avere lo stesso *potenziale*.
Come si distribuisce la *carica* sulla superficie esterna del mezzo conduttore in equilibrio: in tutti e due i casi (introduzione, nel mezzo conduttore, di una "sorgente" oppure inserimento del mezzo conduttore nel campo elettrostatico di una "sorgente") ogni punto del conduttore assume un *potenziale elettrostatico* dipendente dalla distanza fra il punto e la "sorgente" – interna o esterna che essa sia – e dunque, se P_A e P_B sono due punti qualsiasi sulla superficie del conduttore e se $r = |\vec{s}\,|$,

$V_A = k\,q_1 / r_A \qquad\qquad V_B = k\,q_1 / r_B$





Una volta raggiunto l'equilibrio, la situazione del *potenziale* degli stessi due punti, diventa:

$V_{A\ equil} = k\,q_A / r_A \qquad\qquad V_{B\ equil} = k\,q_B / r_B$

nella quale si deve avere $V_{A\ equil} = V_{B\ equil}$ e, quindi, $\boxed{q_A / r_A = q_B / r_B}$ dalla quale si deduce che la *carica* va a distribuirsi, in ogni punto della superficie di un conduttore carico in equilibrio, in modo direttamente proporzionale alla distanza che ogni punto ha dalla posizione della "sorgente" all'interno o all'esterno del conduttore. Di conseguenza, si accumulerà maggiore quantità di *carica* nei punti del conduttore più lontani da tale posizione e, in pratica, maggior quantità di *carica* negativa si sposterà nei punti della superficie che si vengono a trovare a *potenziale* maggiore per riequilibrarlo.

Se si confronta la condizione dell'equilibrio elettrostatico con la condizione dell'equilibrio meccanico traslazionale, per esempio, si trova che, mentre quest'ultima è $\boxed{\mathrm{d}\vec{p} / \mathrm{d}t = 0}$, la prima è $\boxed{\mathrm{d}V / \mathrm{d}s_x = 0 \quad \mathrm{d}V / \mathrm{d}s_y = 0 \quad \mathrm{d}V / \mathrm{d}s_z = 0}$ che vuol dire che il *potenziale* non deve variare per alcuno *spostamento* nei confronti della "sorgente".